Traduction française
(d'après une version anglaise)
des § 1, 2, 3 et 4 de l'article original
d'A. Einstein, du 30 juin 1905,
fondant la théorie de la relativité restreinte.

(la version anglaise qui m'a servi peut être
obtenue : ici)

§ 1. DEFINITION DE LA SIMULTANEITE :

Prenons un système de coordonnées dans lequel les équations de la mécanique newtonienne sont valides. Pour rendre notre présentation plus précise et pour distinguer ce système de coordonnées des autres que nous introduirons par la suite, nous l'appelons le « système stationnaire ».

Si un point matériel est en repos relativement à ce système de coordonnées, sa position peut être définie relativement à lui par l'emploi d'étalons rigides de mesure et les méthodes de la géométrie euclidienne, et peut être exprimée en coordonnées cartésiennes.

Si nous voulons décrire le mouvement d'un point matériel, nous donnons les valeurs de ses coordonnées en fonction du temps. Mais alors, nous devons avoir soigneusement à l'esprit qu'une description mathématique de ce type n'a aucune signification physique si nous ne définissons pas de façon absolument claire ce que nous entendons par « temps ». Nous devons tenir compte de ce que tous nos jugements dans lesquels le temps joue un rôle sont toujours des jugements sur des *évènements simultanés* . Si, par exemple, je dis : « Ce train arrive ici à 7 heures », je pense à quelque chose comme : « La petite aiguille de ma montre pointée sur le 7 et l'arrivée du train sont des évènements simultanés ».

Il semblerait possible de s'affranchir de toutes les difficultés concernant la définition du « temps » en substituant l'expression « la position de la petite aiguille de ma montre » à l'expression « temps ». Et, en fait, une telle définition est satisfaisante lorsque nous devons définir un temps exclusivement pour l'endroit où la montre est localisée ; mais ce n'est plus satisfaisant lorsque nous avons à repérer les temps concernant des évènements ayant lieu à des endroits différents, ou – ce qui revient au même – à évaluer les temps concernant des évènements ayant lieu loin de la montre.

Nous pourrions, bien sûr, nous satisfaire de valeurs de temps déterminées par un observateur situé avec la montre à l'origine des coordonnées et associant respectivement les positions des aiguilles avec des signaux lumineux envoyés par chaque événement à situer dans le temps et lui parvenant à travers le vide spatial. Mais cette coordination a le désavantage de n'être pas indépendante de la localisation de l'observateur avec la montre ou l'horloge, comme nous le savons par expérience. Nous parvenons à une bien meilleure détermination pratique en suivant la ligne de pensée suivante.

Si, au point A de l'espace il y a une horloge, un observateur situé en A peut déterminer les instants d'évènements ayant lieu dans l'immédiate proximité de A en relevant les positions des aiguilles qui sont simultanées avec ces évènements. S'il y a au point B de l'espace une autre horloge ressemblant en tous points à celle située en A, il est possible à un observateur situé en B de déterminer les instants où se produisent des évènements dans le voisinage immédiat de B. Mais il n'est pas possible de comparer, sans hypothèse supplémentaire en ce qui concerne le temps, un événement en A avec un événement en B. Nous avons, jusqu'ici, seulement défini un « temps A » et un « temps B ». Nous n'avons pas défini un temps commun pour A et B, parce que ce qui précède ne permet pas une définition complète à moins que nous n'établissions, *par définition*, que le temps requis par la lumière pour aller de A à B est le même que celui mis pour aller de B à A.
Soit un rayon lumineux qui part de A à l'instant t_A, mesuré en A, et qui arrive à B à l'instant t_B, mesuré en B, qui est réfléchi en B en direction de A et qui arrive en A à l'instant t'_A, mesuré en A.
En conformité avec notre définition, les deux horloges sont synchronisées si :

$$t_B - t_A = t'_A - t_B$$

Nous admettons que cette définition du synchronisme est non contradictoire et possible pour un nombre quelconque de points et que les relations suivantes sont universellement vérifiées :

1). Si l'horloge en B est synchronisée avec l'horloge en A, l'horloge en A est synchronisée avec l'horloge en B.

2). Si l'horloge en A est synchronisée avec l'horloge en B et aussi avec une horloge en C, les horloges en B et C sont aussi synchronisées l'une avec l'autre.

Par conséquent, en nous servant d'expériences de physique imaginaires, nous avons établi ce qu'il faut comprendre par synchronisme entre des horloges stationnaires localisées en différents endroits et nous avons évidemment obtenu une définition de la « simultanéité », ou du « synchronisme » et du « temps ». Le « temps » d'un événement est ce qui est repéré simultanément de l'événement et d'une horloge stationnaire localisée où a lieu cet événement, cette horloge étant synchronisée, et évidemment synchronisée pour toutes les mesures de temps, avec une horloge stationnaire donnée.

En accord avec l'expérience, nous admettons en outre que la grandeur

$$\frac{2AB}{t'_A - t_A} = c$$

est une constante universelle : la vitesse de la lumière dans le vide.

Il est essentiel d'avoir le temps défini grâce à des horloges stationnaires dans le système stationnaire et ce temps, étant maintenant défini en particulier dans le système stationnaire, nous l'appelons « le temps du système stationnaire ».

§ 2. DE LA RELATIVITE DES LONGUEURS ET DES TEMPS :

Les réflexions suivantes sont basées sur le principe de relativité et le principe de la constance de la vitesse de la lumière. Ces deux principes sont définis comme suit :

1). Les lois selon lesquelles les états de systèmes physiques subissent des changements ne sont pas affectées tant que ces changements d'état ont pour référence l'un ou l'autre de deux systèmes de coordonnées en translation uniforme.

2). Tout rayon de lumière se propage dans le système stationnaire de coordonnées avec la vitesse déterminée **c**, que ce rayon soit émis par un corps stationnaire ou en mouvement.

Par suite :

$$\text{vitesse } c = \frac{\text{chemin parcouru par la lumière}}{\text{intervalle de temps}}$$

où l'intervalle de temps est donné dans le sens de la définition du § 1.

Considérons une tige rigide, stationnaire, dont la longueur est « *l* », mesurée par une règle graduée qui est aussi stationnaire. Maintenant, imaginons que cette tige est alignée le long de l'axe des abscisses du système stationnaire de coordonnées et que nous lui imprimions un mouvement de translation uniforme avec une vitesse « v » le long de cet axe. Cherchons alors quelle est la longueur de cette tige en mouvement et supposons que sa longueur soit déterminée par les deux opérations suivantes :

(a) L'observateur est en mouvement avec la règle graduée et la tige à mesurer et mesure la longueur de la tige directement en y superposant la règle graduée, ce qui est la même chose que s'ils étaient tous les trois en repos.

(b) Grâce aux horloges stationnaires disposées dans le système stationnaire et synchronisées en accord avec ce qui a été défini dans le § 1, l'observateur repère à quels points du système stationnaire les deux extrémités de la tige à mesurer correspondent à un instant précis. La distance entre ces deux points, mesurée par la règle graduée précédemment utilisée, laquelle est en repos dans ce cas, est aussi une longueur que nous pouvons appeler « la longueur de la tige ».

En accord avec le principe de relativité, la longueur qui sera mesurée par l'opération (a) – nous l'appellerons « la longueur de la tige dans le système en mouvement » – doit être égale à la longueur *l* de la tige stationnaire.

La longueur mesurée par l'opération (b), nous l'appellerons « la longueur de la tige (en mouvement) dans le système stationnaire ». Nous la déterminerons sur la base de nos deux principes et nous découvririons qu'elle est différente de *l*.

La cinématique classique admet tacitement que les longueurs mesurées par ces deux opérations sont précisément égales, ou, en d'autres termes, qu'un corps rigide en mouvement, pris à un instant t, doit être, conformément à la géométrie, parfaitement représenté par *le même* corps *en repos* dans une position donnée.

Imaginons maintenant qu'aux deux extrémités A et B de la tige se trouvent des horloges synchronisées avec celles du système stationnaire, ce qui revient à dire que leurs indications correspondent à chaque instant au « temps du système stationnaire », aux places où elles ont été mises. Ces horloges sont donc « synchronisées dans le système stationnaire ».

Imaginons en outre qu'auprès de chaque horloge il y ait un observateur en mouvement et que ces observateurs appliquent à ces deux horloges le critère défini dans le § 1 pour leur synchronisation. Soit un rayon lumineux qui part de A à l'instant t_A, lequel est reflété en B à l'instant t_B et revient en A à l'instant t'_A. En tenant compte du principe de la constance de la vitesse de la lumière, nous trouvons que :

$$t_B - t_A = \frac{r_{AB}}{c - v} \quad \text{et} \quad t'_A - t_B = \frac{r_{AB}}{c + v}$$

où r_{AB} est la longueur de la tige en mouvement, mesurée dans le système stationnaire. Des observateurs en mouvement avec la tige elle-même en mouvement trouveraient donc que les deux horloges ne sont pas synchronisées, tandis que des observateurs dans le système stationnaire déclareraient que ces horloges sont synchronisées.

Aussi voyons-nous que nous ne pouvons pas attribuer une signification *absolue* au concept de simultanéité, mais que deux évènements qui, vus d'un système de coordonnées, sont simultanés, ne peuvent pas être considérés également comme simultanés lorsqu'ils sont observés à partir d'un système en mouvement relativement au précédent.

§ 3. THEORIE DE LA TRANSFORMATION DES COORDONNEES ET DES TEMPS D'UN SYSTEME STATIONNAIRE A UN AUTRE EN TRANSLATION UNIFORME PAR RAPPORT AU PRECEDENT :

Considérons, dans un espace « stationnaire », deux systèmes de coordonnées, chacun étant constitué de trois lignes matérielles rigides, perpendiculaires deux à deux et issues d'un même point. Supposons que les axes des X des deux systèmes coïncident et que leurs axes des Y et des Z soient respectivement parallèles. Chaque système est équipé d'une règle graduée rigide et de plusieurs horloges, et les deux règles graduées, ainsi que toutes les horloges des deux systèmes, sont en tout point semblables.

Supposons maintenant que l'origine de l'un des deux systèmes (k) ait une vitesse constante **v** dans la direction croissante des X de l'autre système stationnaire (K) et que cette vitesse soit communiquée aux axes de coordonnées, la règle graduée concernée et les horloges. A chaque instant du système stationnaire K correspondra donc une position bien définie des axes du système en mouvement et, pour des raisons de symétrie, nous nous autorisons à admettre que le mouvement de k peut être tel que les axes du système en mouvement sont à l'instant t (ce « t » désigne toujours le temps du système stationnaire) parallèles à ceux du système stationnaire.

Maintenant, imaginons l'espace mesuré selon le système stationnaire K à l'aide de la règle graduée stationnaire, et aussi selon le système en mouvement k à l'aide de la règle graduée en mouvement avec lui ; ce qui nous permet alors d'obtenir les coordonnées x, y, z et respectivement ξ, η, ζ. En outre, le temps t du système stationnaire est déterminé en tous points où il y a des horloges par le moyen de signaux lumineux selon la façon indiquée dans le § 1. De même, le temps τ du système en mouvement est déterminé en tous points de ce système où il y a des horloges en repos relativement à ce système, en utilisant aussi la méthode indiquée dans le § 1, des signaux lumineux entre les points où se trouvent ces horloges.

A chaque système de valeurs x, y, z, t qui détermine complètement la place et l'instant d'un événement par rapport au système stationnaire, correspond un système de valeurs ξ, η, ζ, τ déterminant cet événement par rapport au système k, et notre tâche est maintenant de trouver le système d'équations reliant ces valeurs.

Tout d'abord, il est clair que les équations doivent être *linéaires* en raison des propriétés d'homogénéité que nous attribuons à l'espace et au temps.

Si nous posons x' = x – vt, il est clair qu'un point en repos dans le système k doit avoir un système de valeurs x', y, z indépendant du temps.

Définissons en premier τ comme une fonction de x', y, z et t. Pour faire cela, nous avons à exprimer en équations que τ n'est rien d'autre que le relevé des données des horloges en repos dans le système k, lesquelles ont été synchronisées selon la règle donnée dans le § 1.

Soit un rayon lumineux émis de l'origine du système k à l'instant τ_0, cheminant le long de l'axe des X et atteignant x' à l'instant τ_1 d'où ils est réfléchi vers l'origine des coordonnées où il arrive à l'instant τ_2. Nous avons alors : $(1/2)(\tau_0 + \tau_2) = \tau_1$, ou, en substituant les arguments de la fonction τ et en appliquant le principe de la constance de la vitesse de la lumière dans le système stationnaire :

$$\frac{1}{2}\left[\tau(0,0,0,t) + \tau\left(0,0,0,t + \frac{x'}{c - v} + \frac{x'}{c + v}\right)\right] = \tau\left(x',0,0,t + \frac{x'}{c - v}\right)$$

D'où, si x' est choisi infiniment petit :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c - v} + \frac{1}{c + v}\right)\frac{\delta\tau}{\delta t} = \frac{\delta\tau}{\delta x'} + \frac{1}{c - v}\frac{\delta\tau}{\delta t}$$

ou :

$$\frac{\delta\tau}{\delta x'} + \frac{v}{c^2 - v^2}\frac{\delta\tau}{\delta t} = 0$$

Il est à noter qu'au lieu de l'origine des coordonnées, nous aurions pu choisir n'importe quel autre point pour départ du rayon lumineux et la dernière équation obtenue est donc valide pour toutes les valeurs de x', y, z.

Une considération analogue, appliquée aux axes des Y et des Z, en gardant à l'esprit que la lumière est toujours propagée le long de ces axes, et lorsqu'elle est observée du système stationnaire, avec la vitesse :

$$\sqrt{c^2 - v^2}$$

nous donne :

$$\frac{\delta\tau}{\delta y} = 0 \quad ; \quad \frac{\delta\tau}{\delta z} = 0$$

Etant donné que τ est une fonction *linéaire*, il découle de ces équations que :

$$\tau = a\left(t - \frac{v}{c^2 - v^2}x'\right)$$

où « a » dépend d'une fonction $\phi(v)$ pour l'instant inconnue, et où il est admis qu'à l'origine de k, $\tau = 0$ lorsque $t = 0$.

A l'aide de ce résultat, nous pouvons déterminer facilement les coordonnées ξ, η, ζ en mettant en équations le fait que la lumière (tel que cela découle de la combinaison du principe de la constance de la vitesse de la lumière et du principe de relativité) se propage également avec la vitesse c lorsqu'elle est mesurée dans le système en mouvement. Pour un rayon de lumière émis à l'instant $\tau = 0$ dans la direction croissante des abscisses :

$$\xi = c\tau = ac\left(t - \frac{v}{c^2 - v^2}x'\right)$$

Mais ce rayon se déplace relativement au point initial de k, lorsqu'il est mesuré par rapport au système stationnaire, avec la vitesse c – v, d'où :

$$\frac{x'}{c - v} = t$$

Si nous remplaçons t par cette valeur dans l'équation précédente donnant ξ, nous obtenons :

$$\xi = a\frac{c^2}{c^2 - v^2}x'$$

D'une façon analogue nous trouvons, en considérant des rayons lumineux se propageant le long des deux autres axes, que :

$$\eta = c\tau = ac\left(t - \frac{v}{c^2 - v^2}x'\right)$$

où :

$$t = \frac{y}{\sqrt{c^2 - v^2}} \quad \text{et} \quad x' = 0$$

Par conséquent :

$$\eta = a\frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}y \quad \text{et} \quad \zeta = a\frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}z$$

En remplaçant x' par sa valeur, nous obtenons :

$$\tau = \phi(v)\beta\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \quad \text{Avec} \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\xi = \phi(v)\beta(x - vt)$$

$$\eta = \phi(v)y$$

$$\zeta = \phi(v)z$$

et ϕ est une fonction de v jusqu'à présent inconnue. Si nous ne choisissons pas à la position initiale du système en mouvement la valeur zéro de τ, une constante additive doit être placée à la droite de chacune de ces équations.

Nous devons maintenant prouver que tout rayon lumineux repéré dans le système en mouvement se propage avec la vitesse c si, ainsi que nous l'admettons, c'est aussi le cas dans le système stationnaire ; car nous n'avons pas encore fourni la preuve que le principe de la constance de la vitesse de la lumière est compatible avec le principe de relativité.

A l'instant $t = \tau = 0$, lorsque les origines des coordonnées des deux systèmes sont confondues, soit une onde sphérique émise de ces origines et qui se propage avec la vitesse c dans le système K. Si (x, y, z) sont les coordonnées d'un point atteint par cette onde à l'instant t, alors : $x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$. En transformant cette équation à l'aide de nos relations de transformation, nous obtenons, après un calcul simple : $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = c^2\tau^2$. L'onde considérée est donc aussi une onde sphérique avec la vitesse de propagation c, par rapport au système en mouvement. Ceci montre que nos deux principes fondamentaux sont compatibles.

Dans les équations de transformation que nous avons développées, entre une fonction ϕ de v, inconnue, que nous allons maintenant déterminer.

Pour cela, nous introduisons un 3ème système de coordonnées K' qui, relativement au système k est en translation parallèlement à l'axe des X et tel que l'origine des coordonnées du système K' se meut avec la vitesse –v sur l'axe des X. Considérons qu'à l'instant t = 0 les trois origines coïncident et que, lorsque t = x = y = z = 0, le temps t' du système K' soit initialisé à zéro. Nous désignons les coordonnées, repérées selon K', par x', y', z' et, par une double application de nos équations de transformation, nous obtenons :

$$t' = \phi(-v)\,\beta(-v)\left(\tau + \frac{v\xi}{c^2}\right) = \phi(v)\phi(-v)\,t$$

$$x' = \phi(-v)\,\beta(-v)(\xi + v\tau) = \phi(v)\phi(-v)\,x$$

$$y' = \phi(-v)\,\eta = \phi(v)\phi(-v)\,y$$

$$z' = \phi(-v)\,\zeta = \phi(v)\phi(-v)\,z$$

Etant donné que les relations entre x', y', z' et x, y, z ne contiennent pas la variable temps t, les systèmes K et K' sont en repos l'un par rapport à l'autre et il est évident que le passage de K à K' est la transformation identique. Par conséquent :

$$\phi(v)\phi(-v) = 1.$$

Cherchons maintenant la signification de $\phi(v)$. Portons notre attention sur la partie de l'axe des Y du système k qui va du point $\xi = 0$, $\eta = 0$, $\zeta = 0$ au point

$\xi = 0$, $\eta = l$, $\zeta = 0$. Cette portion de l'axe des Y est une tige se mouvant perpendiculairement à cet axe avec la vitesse v relativement au système K. Ses extrémités ont dans K les coordonnées :

$$x_1 = vt\ ;\ \ y_1 = l/\phi(v)\ ;\ \ z_1 = 0$$

et

$$x_2 = vt\ ;\ \ y_2 = 0\ ;\ \ z_2 = 0$$

La longueur de la tige, mesurée selon K, est donc $l/\phi(v)$ et ceci entraîne la détermination de la fonction $\phi(v)$. Pour des raisons de symétrie, il est maintenant évident que la longueur d'une tige donnée, se déplaçant perpendiculairement à son axe, mesurée dans le repère stationnaire, doit dépendre uniquement de la vitesse du mouvement et non de la direction ni du sens de ce mouvement. La longueur de la tige en mouvement, mesurée dans le système stationnaire, ne doit donc pas changer si v est transformée en –v. Il s'ensuit que : $l/\phi(v) = l/\phi(-v)$, c'est-à-dire que : $\phi(v) = \phi(-v)$.
Il découle de cette relation et de celle précédemment obtenue que $\phi(v) = 1$, aussi les équations que nous avions trouvées deviennent :

$$\boxed{\begin{aligned} \tau &= \beta\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \\ \xi &= \beta(x - vt) \qquad \text{Avec} \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ \eta &= y \\ \zeta &= z \end{aligned}}$$

§ 4. SIGNIFICATION PHYSIQUE DES EQUATIONS OBTENUES EN CE QUI CONCERNE LES CORPS SOLIDES EN MOUVEMENT ET LES HORLOGES EN MOUVEMENT :

Envisageons une sphère rigide de rayon R, en repos relativement au système en mouvement k, et avec son centre à l'origine des coordonnées de k. L'équation de la surface de cette sphère se déplaçant relativement au système K avec la vitesse v est :

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = R^2$$

L'équation de cette surface exprimée en fonction de x, y, z à l'instant t = 0 est :

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)^2} + y^2 + z^2 = R^2$$

Un corps rigide qui, mesuré en état de repos, a la forme d'une sphère a donc, en état de mouvement – vu du système stationnaire – la forme d'un ellipsoïde de révolution, d'axes :

$$R\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \;,\; R \;,\; R$$

Ainsi, tandis que les dimensions Y et Z de la sphère (et donc de tout corps solide quelle que soit sa forme) n'apparaissent pas modifiées par le mouvement, la dimension X apparaît raccourcie dans le rapport $1/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$, c'est-à-dire que plus la valeur de v est grande, plus grand est le raccourcissement. Pour $v = c$, tous les objets en mouvement, vus du système « stationnaire », se « rétrécissent » en figures planes. Pour des vitesses supérieures à celle de la lumière, nos réflexions deviennent dépourvues de sens ; nous trouverons de toute façon dans ce qui suivra que la vitesse de la lumière, dans notre théorie, joue le rôle, physiquement, d'une vitesse infiniment grande.

Il est clair que les mêmes résultats sont également valables pour des corps en repos dans le système « stationnaire » vus d'un système en mouvement.

De plus, imaginons l'une des horloges qui sont réglées pour indiquer le temps t lorsqu'elles sont en repos relativement au système stationnaire et le temps τ lorsqu'elles sont en repos relativement au système en mouvement, localisée à l'origine des coordonnées de k et réglée de façon à indiquer le temps τ. Quel est le rythme de cette horloge lorsqu'elle est vue du système stationnaire ?

Entre les valeurs x, t et τ, qui dépendent de la position de l'horloge, nous avons évidemment : $x = vt$ et :

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

Donc :

$$\tau = t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = t - \left(1 - \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)t$$

Il s’ensuit que le temps indiqué par l’horloge (vue du système stationnaire) est ralenti de $1 - (1 - v^2/c^2)^{1/2}$ secondes par seconde ou – en négligeant les termes d’ordre quatre ou supérieur – de : $(1/2)v^2/c^2$

De cela découle l’étrange conséquence suivante. Si, aux points A et B de K il y a des horloges stationnaires qui, vues dans le système stationnaire, sont synchronisées ; et si l’horloge en A est mise en mouvement avec la vitesse v le long de la ligne AB, en direction de B, alors, à son arrivée en B, les deux horloges ne sont plus synchronisées, mais l’horloge en mouvement de A à B retarde par rapport à l’autre qui est restée en B de : $(1/2)tv^2/c^2$ (négligence faite des ordres 4 et supérieurs), t étant la durée du trajet de A à B.

Il apparaît immédiatement que ce résultat reste toujours valable si l’horloge se déplace de A à B selon n’importe quelle ligne polygonale et aussi lorsque les points A et B coïncident.

Si nous admettons que ce résultat prouvé pour une ligne polygonale est également valide pour une courbe continue, nous arrivons à ce résultat : Si l’une des deux horloges synchronisées en A est en mouvement selon une courbe fermée avec une vitesse constante jusqu’à son retour en A, le trajet durant t secondes, alors, par rapport à l’horloge qui est restée en repos, l’horloge mobile, à son arrivée en A, aura un retard de : $(1/2)tv^2/c^2$ secondes.

De cela nous concluons qu’une horloge à l’équateur doit fonctionner plus lentement, d’une très petite différence, qu’une horloge parfaitement identique située à l’un des pôles, selon des conditions par ailleurs identiques.

FIN du § 4