PRINCIPE DU CATADIOPTRE

Un catadioptre est un système optique constitué de trois miroirs plans formant un trièdre rectangulaire et dont la particularité est de renvoyer tout rayon lumineux incident dans la même direction que celui-ci. Il fut inventé par un ingénieur niçois du nom d'Henri Chrétien qui le breveta en 1923 sous le nom de *cataphote*.

Expliciter rigoureusement son principe de fonctionnement en utilisant les lois de réflexion de Descartes concernant les miroirs plans n'est pas chose très facile. Par contre ce principe apparaît beaucoup plus facilement en utilisant des matrices simples.

Nous savons déjà que la réflexion de rayons lumineux sur un miroir plan correspond à une symétrie par rapport à ce plan.

En ce qui concerne les symétries-plan voyons donc ce qui suit :
Considérons une base vectorielle orthonormée (i ; j ; k).

* La symétrie par rapport au plan vectoriel (i ; j) laisse i et j invariants et transforme k en – k. La matrice qui lui est associée, relativement à cette base choisie au départ, est :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

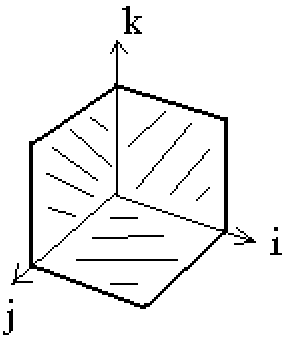
* La symétrie par rapport au plan vectoriel (i ; k) laisse i et k invariants et transforme j en – j. La matrice qui lui est associée, relativement à la base choisie au départ, est :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

* La symétrie par rapport au plan vectoriel (j ; k) laisse j et k invariants et transforme i en – i. La matrice qui lui est associée, toujours relativement à la base choisie au départ, est :

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Revenons-en à la réflexion de la lumière sur des miroirs plans. Considérons un trièdre rectangulaire fait de trois miroirs plans dont les arêtes sont les supports des vecteurs i ; j ; k de la base précédemment choisie, les parties réfléchissantes étant disposées intérieurement à ce trièdre.



Si un rayon lumineux pénètre dans ce trièdre et se réfléchit successivement sur les trois miroirs, il subit successivement les trois symétries-plan. Donc la matrice associée à cette transformation est le produit des trois matrices que nous venons d'établir, c'est-à-dire :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Et ceci quel que soit l'ordre des symétries car le produit de matrices diagonales est commutatif. Par conséquent un vecteur directeur V(x, y, z) d'un rayon lumineux incident est transformé en :

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix} = -V$$

Donc le rayon réfléchi final a la même direction que le rayon incident, mais est de sens contraire.

Le rayon incident est renvoyé vers sa source.
(avec une légère translation due à son écart par rapport au sommet du trièdre)

*
*   *